

Satz 8.4.5

$$f^{ad} = s_V^{-1} \circ (f^*) \circ s_W \quad (*)$$

① Linearität von f^{ad} ist klar, weil s_W , f^* , s_V^{-1} jeweils einzeln linear sind.

② Wissen $f^{ad} = s_V^{-1} \circ (f^*) \circ s_W \in \text{Hom}(W, V)$

$$\Leftrightarrow s_V \circ f^{ad} = (f^*) \circ s_W \in \text{Hom}(W, V^*)$$

$$\Leftrightarrow \forall \vec{w} \in W: \underbrace{s_V(f^{ad}(\vec{w}))}_{\langle \cdot, f^{ad}(\vec{w}) \rangle_V} = \underbrace{f^*(s_W(\vec{w}))}_{\langle f(\cdot), \vec{w} \rangle_W} \in V^*$$

$$\Leftrightarrow \forall \vec{w} \in W: \forall \vec{v} \in V: \langle \vec{v}, f^{ad}(\vec{w}) \rangle_V = \langle f(\vec{v}), \vec{w} \rangle_W.$$

□