

Beweis von Prop. 8.4.6

Bonal: Vorübung 1 Gegeben sei Vektor $\vec{\alpha} \in V : \forall \vec{v} \in V : \langle \vec{\alpha}, \vec{v} \rangle = 0$
Dann ist auch $\langle \vec{\alpha}, \vec{\alpha} \rangle = 0 \stackrel{\text{per}}{\Rightarrow} \vec{\alpha} = \vec{0}.$
_{diff.}

Vorübung 2 Gegeben $\vec{\alpha}, \vec{\beta} \in V : \forall \vec{v} \in V : \langle \vec{\alpha}, \vec{v} \rangle = \langle \vec{\beta}, \vec{v} \rangle.$

$$\Leftrightarrow \forall \vec{v} \in V : \langle \vec{\alpha} - \vec{\beta}, \vec{v} \rangle = 0 \stackrel{\text{VV}''}{\Rightarrow} \vec{\alpha} - \vec{\beta} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{\alpha} = \vec{\beta}.$$

Anwendung: Sei $\tilde{f}^{ad}$ eine weitere Abb, s.d. (8.4.5.2) gilt. Dann ist

$$\langle \vec{v}, f^{ad}(\vec{w}) \rangle = \langle \vec{v}, \tilde{f}^{ad}(\vec{w}) \rangle \quad \forall \vec{v} \in V, \forall \vec{w} \in W$$

$\stackrel{\text{VV}''2}{\Rightarrow} f^{ad}(\vec{w}) = \tilde{f}^{ad}(\vec{w}) \quad \forall \vec{w} \in W$

$$\Rightarrow f^{ad} = \tilde{f}^{ad} \quad \square$$