

Beweis von Satz 9.2.7

$$S_{e;}$$

S_c: $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in O_2$. Dann ist $A^t = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$

und $E_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = A^t \cdot A = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2 + c^2 & ab + cd \\ ab + cd & b^2 + d^2 \end{pmatrix}$

$\mathbb{D}_{0,1}$ bedeutet:

$$\begin{aligned} a^2 + c^2 &= 1 \\ b^2 + d^2 &= 1 \\ ab + cd &= 0 \end{aligned}$$

$\leftarrow$ Punkt $\begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ liegt auf Einheitskreis
 $\leftarrow$ " " $\begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix}$ " "

Also, $\exists \alpha_1 \in \mathbb{R}: \begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha_1 \\ \sin \alpha_1 \end{pmatrix}$

$$\exists \alpha_2 \in \mathbb{R}: \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \alpha_2 \\ \cos \alpha_2 \end{pmatrix}$$

Additions theorem

Zusatzlich: $0 = (\cos \alpha_1)(\sin \alpha_2) + (\sin \alpha_1) \cdot (\cos \alpha_2) = \sin(\alpha_1 + \alpha_2)$

$\Leftrightarrow \alpha_1 + \alpha_2$ ist ganzzahliges Vielfaches von T_1

Zwei Fälle: • $\alpha_1 + \alpha_2$ ist geradzahliges Vielfaches von $\frac{1}{b}$

- $\alpha_1 + \alpha_2$ ungeradzahlig Vielfaches von π

Nachrechnen In den Fällen ergibt sich jeweils die Gestalt von A

aus den beiden Fällen in Satz 9.2.7.