

Beweis von Satz 15.2.5: Die reinen Tensoren erzeugen das Tensorprodukt.

$$\mathcal{R} = \text{Menge der reinen Tensoren} \subset T$$

$$\langle \mathcal{R} \rangle = \text{der von } \mathcal{R} \text{ erzeugte UVR von } T \subset T$$

Beob: Das Bild der bilinearen Abb. τ ist exakt die Menge $\mathcal{R}$
also liegt das Bild von τ in $\langle \mathcal{R} \rangle$

Betrachte komm. Diagramme

$$\begin{array}{ccc} U \times V & \xrightarrow{\tau} & T \\ \parallel & \downarrow \exists! \eta & \\ U \times V & \xrightarrow[\tau]{} & \langle \mathcal{R} \rangle \\ \parallel & \downarrow \text{Inklusion } \iota: \langle \mathcal{R} \rangle \hookrightarrow T & \\ U \times V & \xrightarrow[\tau]{} & T \end{array} \quad \begin{array}{c} \vec{t} \mapsto \vec{t} \end{array}$$

Wieder folgt: $\iota \circ \eta = \text{id}_T$, also $\forall \vec{t} \in T: \vec{t} = \iota \circ \eta(\vec{t}) = \eta(\vec{t}) \in \langle \mathcal{R} \rangle$

$$\Rightarrow T = \langle \mathcal{R} \rangle. \quad \square$$