

Beweis von Satz 6.1.21

Vorüberlegung Die Matrix $M_1 = M_{B_1}(b)$ ist endl. dadurch festgelegt, dass für alle Vektoren $\vec{v}, \vec{w} \in V$ gilt:

$$b(\vec{v}, \vec{w}) = \phi_{B_1}(\vec{v})^t \cdot M_{B_1} \cdot \phi_{B_1}(\vec{w})$$

zum Beweis Wissen: für alle $\vec{v}, \vec{w} \in V$ gilt:

$$b(\vec{v}, \vec{w}) = \phi_{B_2}(\vec{v})^t \cdot M_2 \cdot \phi_{B_2}(\vec{w}).$$

$$\stackrel{6.1.20}{=} \left(S \cdot \phi_{B_1}(\vec{v}) \right)^t \cdot M_2 \cdot \left(S \cdot \phi_{B_1}(\vec{w}) \right)$$

$$= \left(\phi_{B_1}(\vec{v})^t \cdot S^t \right) \cdot M_2 \cdot \left(S \cdot \phi_{B_1}(\vec{w}) \right)$$

$$= \phi_{B_1}(\vec{v})^t \cdot \left(S^t \cdot M_2 \cdot S \right) \cdot \phi_{B_1}(\vec{w}). \quad \leftarrow \text{gilt } \forall \vec{v}, \vec{w} \in V.$$

Vorüberlegung: Dann muss $S^t \cdot M_2 \cdot S = M_1$.

□