<u>Beweis von Satz 12.1.2</u> Betr. das irreduzible Polynom $g(x) = \sum g_i x^i \in K[x]$.

<u>Beobachtung</u>: das Ideal (g) ist maximal, denn wenn $(g) \subseteq I \subseteq K[x]$ ein größeres Ideal, dann nach 9.3.8: $\exists\, h \in K[x]: I = (h)$. Die Inklusion $(g) \subseteq (h)$ bedeutet $h \mid g$. Aber: g ist irreduzibel, hat keine echten Teiler. Also entweder $h \in K[x]^*$ und $(h) = K[x]$ oder $h \sim g$ und $(h) = (g)$.

<u>Konsequenz</u> $L := K[x]/(g)$ ist ein Körper. Die injektive Abb

$$K \longrightarrow L; \quad k \longmapsto k + (g)$$

stellt L als Oberkörper von K dar.

Setze: $a = x + (g) \in L = K[x]/(g)$

Dann ist

$$\underbrace{\sum g_i \cdot a^i}_{\in L} = \underbrace{\sum g_i x^i}_{= g} + (g) = 0$$

Also ist das Elt. $a \in L$ eine Nullstelle des Polynoms. $\square$