Beweis des zweiten Sylow-Satzes: Seien U, P wie im Satz gegeben.

Beobachte: die Gruppe U wirkt durch Linksmult. auf der Menge der Nebenklassen:

$$M = \{ g \cdot P \mid g \in G \}$$

Sei $M_0 \subseteq M$ die Teilmenge ~~der~~ der Fixpunkte dieser Wirkung.

Per Annahme: $m = [G:P]$ ist kein Vielfaches von p

Zentrales Schlüssellemma 18.1.1:

$$|M_0| \overset{18.1.1}{\equiv} |M| = [G:P] \not\equiv 0 \pmod p$$

Konsequenz: die Wirkung hat einen Fixpunkt, also $\exists\, g \in G$:

$$\forall u \in U: \quad u \cdot g \cdot P = g P$$

$$\Rightarrow \quad \forall u \in U: \quad g^{-1} \cdot u \cdot g \cdot P = P$$

$$\Rightarrow \quad \forall u \in U: \quad g^{-1} u g \in P$$

$$\Rightarrow \quad g^{-1} \cdot U \cdot g \subset P. \qquad \square$$