Beweis von Satz 5.4.8 durch Noethersche Induktion

Vorüberlegung: Gegeben $M \subseteq R$, nicht leer. Dann gibt es $m \in M$, das keine echten Teiler in M hat — denn sonst finde unendliche Teilerketten mit echten Teilern in M $\lightning$

Anwendung: Setze

$$M := \{ r \in R \mid r \neq 0,\ r \notin R^* \text{ und nicht als Prod. von endl. vielen irred. darstellbar} \}$$

Wollen zeigen: $M = \emptyset$. Widerspruchsbeweis: ang. $M \neq \emptyset$. Dann gibt es ein $m \in M$ wie in Vorüberlegung. Wissen: m ist nicht irred, hat also echte Teiler, $m = a \cdot b$. Aber: a, b liegen nicht in M, sind also darstellbar. Also ist auch m darstellbar $\lightning$

$\square$