Beweis von Lemma 5.4.22 Sei $p \in R$ prim. Gegeben Polynome $g, h \in R[x]$ mit $p \nmid g$ und $p \nmid h$, muss ich zeigen $p \nmid (g \cdot h)$. Seien g, h gegeben, schreibe

$$g(x) = \sum_{i=0}^{n} g_i \cdot x^i \qquad h(x) = \sum_{j=0}^{m} h_j \cdot x^j$$

Wissen $\exists\, i : p \nmid g_i$ und $\exists\, j : p \nmid h_j$. Wähle i, j minimal.

Betr.

$$g(x) \cdot h(x) = \Big(\underbrace{\sum_{a+b=i+j} g_a \cdot h_b}_{} \Big) \cdot x^{i+j} + \big(\text{andere Monome}\big)$$

p teilt jeden Summanden, bis auf $g_i \cdot h_j$
(den teilt es nicht, weil p prim ist)

$\Rightarrow$ p teilt die Summe nicht.

$\Rightarrow$ p teilt $g(x) \cdot h(x)$ nicht $\square$