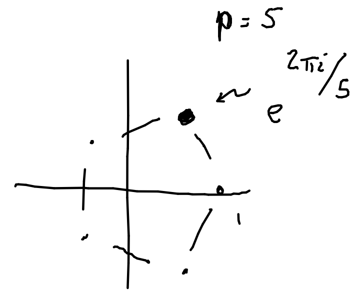
Bewеis 8.4.1 Gegeben $p$ Primzahl s.d.d regelm. $p$-Eck konstruierbar ist. $\Rightarrow e^{2\pi i/p}$ ist in $\mathrm{Kons}(\{0,1\})$




Setze $M = \bar{M} = \{0,1\}$. $K = \mathbb{Q}(M \cup \bar{M}) = \mathbb{Q}$.

Dann ist nach Satz 8.1.4

$$[\mathbb{Q}(e^{2\pi i/p}) : \mathbb{Q}] = 2^k \quad \text{für } k \in \mathbb{N} \text{ geeignet.}$$

$$\underset{z}{\shortparallel}$$

Wissen auf jeden Fall, $z$ ist Nullstelle von $f(x) = x^p - 1 \in \mathbb{Q}[x]$

Wissen auch $x^{p-1} = (x-1)\underbrace{(x^{p-1} + x^{p-2} + \dots + x + 1)}_{=: g} \in \mathbb{Q}[x]$

Also: $g(z) = 0$ weil $z - 1 \neq 0$. und wissen: $g$ ist Eisenstein, also irreduzibel

nach Subst.

$\Rightarrow g$ ist das Minimalpolynom

$$2^k = [\mathbb{Q}(e^{2\pi i/p}) : \mathbb{Q}] = p - 1$$

$\square$