

Beweis: Going Up! Sei $A \subset B$ eine ganze Ringerweiterung,

sein $p_1 \neq p_2 \subset A$ Primideale, sei $q_1 \subset B$ ein Primideal über p_1 .

Wollen Primideal $q_2 \subset B$ über p_2 s.d. $q_1 \subseteq q_2$.

Satz 12.2.5: $\underbrace{A/p_2 \hookrightarrow B/q_1}_{\text{enthält Primideal } p_2/p_1}$ ist ganz

Satz 12.2.8: \exists Primideal $\bar{q}_2 \subset B/q_1$ über p_2/p_1 .

Betrachte Quotientenabb. $\pi: B \rightarrow B/q_1$, setze $q_2 := \pi^{-1}(\bar{q}_2)$.

Nachrechnen: q_2 erfüllt alle gewünschten Eigenschaften. \square