Beweis des Satzes über die Noether-Normalisierung

Schreibe $A = k[x_1, \dots, x_n] / J$.

Schritt 1 Wende Lemma 13.2.3 auf $J \subset k[x_1, \dots, x_n]$ an, erhalte $y_1, \dots, y_n \in k[x_1, \dots, x_n]$ s.d.

(A) $y_1 - y_n$ sind alg. unabhängig

(B) $k[y_1, \dots, y_n] \subset k[x_1, \dots, x_n]$ ist ganz

(C) $J \cap k[y_1, \dots, y_n] = (y_{\delta+1}, \dots, y_n)$

Ist isomorph zu Polynomring.

Nach Satz 12.2.5: A ist ganz über $k[y_1, \dots, y_n] / (y_{\delta+1}, \dots, y_n) = k[\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_\delta]$

Klar: $\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_\delta$ sind k-alg. unabhängig ; A ist ganz über $k[\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_\delta]$.

Schritt 2 Setze $I' := I \cap k[\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_\delta] \subset k[\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_\delta]$ Wende NN an, finde $t_1, \dots, t_\delta \in k[\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_\delta]$ so dass:

(E) $t_1, \dots, t_\delta$ sind k-alg. unabhängig

(F) $k[t_1, \dots, t_\delta] \subset k[\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_\delta]$ ganz $(\Rightarrow k[t_1, \dots, t_\delta] \subset A$ ganz$)$

(G) $I' \cap k[t_1, \dots, t_\delta] = (t_{\alpha+1}, \dots, t_\delta)$.

Zusammenfassung: $t_1, \dots, t_d$ liefert die gewünschte NN. $\square$