

Satz von Bézout, Gleichung (17.3.1.2) Betrachte die folgende Sequenz von Vektorräumen

$$0 \rightarrow \mathbb{R} \xrightarrow{\quad} \mathbb{R} \times \mathbb{R} \xrightarrow{\quad} \mathbb{R} \xrightarrow{\quad} \Gamma \rightarrow 0$$

$$C \mapsto (GC, -FC)$$

$$(A, B) \mapsto AF + BG$$

$$D \mapsto [D]$$

Nachrechnen, weil  $F$  und  $G$  keine gemeinsamen Nullen haben, ist diese Sequenz exakt.

Für  $d \geq n+m$  liefert die Einschränkung auf homogenen Teile die folgende exakte Sequenz

$$0 \rightarrow \mathbb{R}_{d-n-m} \rightarrow \mathbb{R}_{d-m} \times \mathbb{R}_{d-n} \rightarrow \mathbb{R}_d \rightarrow \Gamma_d \rightarrow 0$$

Coal. Die Dimensionsformel der linearen Algebra:

$$\dim_k \mathbb{R}_{d-n-m} - \dim_k (\mathbb{R}_{d-m} \times \mathbb{R}_{d-n}) + \dim_k \mathbb{R}_d - \dim_k \Gamma_d = 0$$

Andererseits

$$\dim \mathbb{R}_l = \dim (\text{homog. Polynome in } x, y, z \text{ von Grad } l) = \frac{(l+1)(l+2)}{2}$$

□