<u>Satz von Bézout, Gleichung (17.3.1.1)</u>: Die Elemente $[A_{\bullet,*}]$ bilden eine Vektorraumbasis von Γ_*.

<u>Erzeugendensystem</u> Sei $x \in \Gamma_*$ gegeben. Schreibe dann $x = [H]$ für geeignetes $H \in k[x,y]$. Für ausreichend großes $r > 0$ ist

$$z^r \cdot H^* \in R_N \quad \text{mit} \quad N > d.$$

Nach Schritt 2 ist die Restklasse $[z^r \cdot H^*] \in \Gamma_N$ von $[z^{N-d} \cdot A_\bullet]$ erzeugt. Ich kann also schreiben

$$[z^r \cdot H^*] = \sum \lambda_i \cdot [z^{N-d} A_i] \qquad (*)$$

Dehomogenisieren von $(*)$ liefert dann

$$x = [H] = \sum \lambda_i [A_{i,*}] \qquad \square$$

lineare Unabhängigkeit Ang. eine lineare Relation sei gegeben

$$0 = \sum \lambda_i \cdot [A_{i,*}] \quad \text{in} \quad \Gamma_*$$

Das bedeutet: $\exists\ B, C \in k[x,y]$, so dass

$$\sum \lambda_i \cdot A_{i,*} = B F_* + C \cdot G_*$$

Also gibt es $a, b, c \in \mathbb{N}$

$$z^a \cdot \sum \lambda_i \cdot A = z^b \cdot B F + z^c \cdot C \cdot G$$

$$\Rightarrow \sum \lambda_i \, [\underbrace{z^a \, A_{i,*}}_{\text{Basis!}}] = 0 \quad \text{im} \quad \Gamma_{d+a}$$

Also sind alle $\lambda_i = 0$! $\square$