Beweis von Korollar 5.2.6

Bemerke: ① folgt direkt aus dem schw. Nullstellensatz; ③ folgt direkt aus ②

zum Beweis von ② Sei ein max. Ideal m gegeben. Wissen: Ring $k[x_1 \dots x_m]$

ist Noethersch, also finde Polynome f_i s.d. $m = (f_1, \dots, f_\ell)$

Wissen auch (schw. Nullstellensatz):

$$V(f_1, \dots, f_\ell) \neq \emptyset$$

Also gibt es $\vec{a} = (a_1, \dots, a_m)$ s.d. $f_1(\vec{a}) = \dots = f_\ell(\vec{a}) = 0$

also $f(\vec{a}) = 0 \quad \forall \; f \in (f_1, \dots, f_\ell) = m$.

Konsequenz

$$m \subseteq \underbrace{\ker\Big(k[x_1, \dots, x_m] \to k; \; f \mapsto f(\vec{a}) \Big)}_{= (x_1 - a_1, \; x_2 - a_2, \; \dots, \; x_m - a_m)}$$

m ist maximal, also habe ich Gleichheit.

$\square$