Algorithmus 1 macht, was er soll

zu zeigen

1. Terminierung
2. Gleichung (8.4.1.1)
3. Eigenschaft 8.4.1.2
4. Eigenschaft 8.4.1.3

zu 1 : Terminierung. Betrachte den Leitterm von p.

Zum Beginn ist $p = f$, also $\mathrm{in}\ p = \mathrm{in}\ f$.

Dann wird in jedem Schleifendurchgang entweder Zeile 7 oder Zeile 13 ausgeführt; die anderen Zeilen ändern p nicht.

<u>Zeile 7</u> Entfernt aus p den Initialterm

<u>Zeile 13</u> ——— 〃 ——— und fügt evtl. neue Terme hinzu, die aber per Konstruktion kleiner als in p sind.

Insgesamt fällt in p bei jedem Schleifendurchgang streng monoton. Nach Erinnerung 8.36 ist das nur endl. oft möglich, deshalb terminiert der Algorithmus nach endl. vielen Schritten.

zu (2): Gleichung 8.4.1.1

Beobachte: außerhalb der Zeilen 6-14 gilt immer

$$\sum g_i \cdot f_i + h + p = f.$$

Der Alg. terminiert genau dann, wenn $p = 0$ ist, also $\sum g_i \cdot f_i + h = f$.

zu (3): Eigenschaft 8.4.1.2

Das Polynom g_i wird nur in Zeile 12 geändert. Der Term q, der hinzukommt ist $\frac{\operatorname{in} p}{\operatorname{in} f_i}$. Aber wissen schon nach Beweis von (1), dass $\operatorname{in} p \leq \operatorname{in} f$.

zu (4): Eigenschaft 8.4.1.3

Das Polynom h wird nur in Zeile 8 geändert. - dort wird $\operatorname{in} p$ als neuer Term hinzugefügt - aber nur dann, wenn $\operatorname{in}(p)$ kein Vielfaches von einem der $\operatorname{in}(f_\bullet)$ ist.

$\square$